

IV smena

Teorijska pitanja:

P1. Nacrtati sliku, obavezno obeležiti sve potrebne veličine i izvesti izraz za jačinu električnog polja metalne površinski naelektrisane ravni u vazduhu [3]. Definirati električni dipol i njegov moment [3].

P2. Ekvivalentna otpornost redne veze dva otpornika je $15[\Omega]$. Kada se ova dva otpornika povežu paralelno odnos snaga Džulovih gubitaka na njima je 2:1. Odrediti ove otpornike [3]?

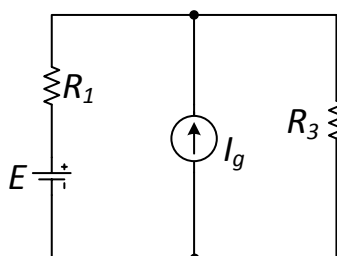
P3. Definirati pojam sopstvene i međusobne induktivnosti [2]. Kolika je magnetna energija idealnog kalema induktivnosti L ako je u kalemu uspostavljena vremenski konstantna struja jačine I [2]?

P4. Kako se definišu i u kojim jedinicama se izražavaju aktivna, reaktivna i prividna snaga potrošača [3]. Nacrtati trougao impedanse i trougao snage i obavezno definisati sve korišćene oznake [2].

Zadaci:

Z1. Pločasti kondenzator ispunjen je sa dva homogena, linearna dielektrika relativnih permitivnosti $\epsilon_{r1}=3$ i $\epsilon_{r2}=5$. Razdvojna površina između dielektrika je normalna na obloge i nalazi se tačno na sredini kondenzatora. Površina elektroda je $S=20[\text{cm}^2]$, a rastojanje između elektroda je $d=1[\text{mm}]$. Naelektrisanja ploča kondenzatora su $Q_1=-Q_2=4[\text{nC}]$. Obavezno nacrtati sliku. Odrediti:

- Vektor jačine električnog polja [2] u kondenzatoru i napon [2] između elektroda.
- Kapacitivnost [2] i energiju [2] ovog kondenzatora

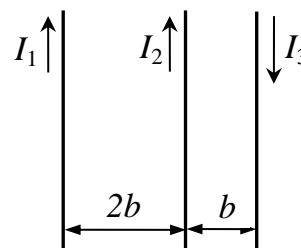


Z2. Za kolo sa slike:

- označiti i izračunati struju naponskog [2] i napon strujnog generatora [2],
- uloženu snagu svakog generatora [2+2] .
- snagu termičke disipacije na otporniku R_1 [2]

Podaci: $E=30$ [V], $I_g = 1/3$ [A], $R_1=30[\Omega]$ i $R_3=90$ [Ω].

Z3. Tri tanka, paralelna, vrlo dugačka provodnika nalaze se u vazduhu u položaju kao na slici. Kroz provodnike protiču vremenski konstantne struje označene na slici. Odrediti pravac [2], smer [2] i intenzitet [2] podužne elektromagnetne sile koja deluje na prvi provodnik, ako je $I_1 = I_2 = 1\text{A}$, $I_3 = 3\text{A}$, $b=1\text{cm}$ i $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H/m}$.



Z4. Na idealni prostoperiodični izvor elektromotorne sile $e(t)=100 \cdot \cos(400t)\text{V}$ paralelno su povezani otpornik $R=100\Omega$ i kondenzator kapacitivnosti C . Nacrtati električnu šemu kola (rešenje bez šeme se ne boduje). Odrediti kapacitivnost kondenzatora tako da efektivne vrednosti struja kroz otpornik i kondenzator budu jednake [2]. Odrediti trenutne vrednosti struja kroz kondenzator [2] i otpornik[2]. Izračunati aktivnu, reaktivnu i prividnu snagu [2] izvora.

P1. $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, Električni dipol je elastični sistem od dva punktualna naelektrisanja Q i -Q koja se nalaze na rastojanju d. Električni moment $\mathbf{p} = Q \cdot \mathbf{d}$, gde je \mathbf{d} vektor položaja pozitivnog naelektrisanja u odnosu na negativno.

P2. $R_1 + R_2 = 15\Omega$. Dalje je $P_1 : P_2 = 2 : 1$, odnosno $\frac{U^2}{R_1} : \frac{U^2}{R_2} = \frac{2}{1}$, pa je $\frac{R_2}{R_1} = 2$. Rešavanjem se dobija

$$R_1 = 5\Omega \text{ i } R_2 = 10\Omega. \quad \mathbf{P3.} \quad W_m = \frac{1}{2} LI^2.$$

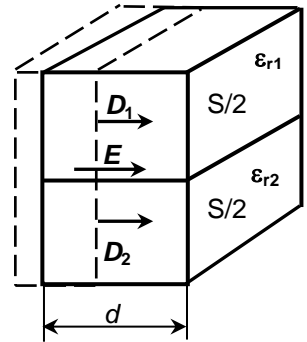
Z1. Razdvojna površina normalna na ploče kondenzatora, onda je vektor jačine polja tangencijalan na razdvojnu površinu. Iz drugog graničnog uslova sledi:

$$E_{1tg} = E_{2tg} \Rightarrow E_1 = E_2 = E, \quad D_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} E \text{ i } D_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} E. \quad \oint_S \mathbf{D} dS = Q_1,$$

$$\oint_S \mathbf{D} dS = \int_{S/2} \mathbf{D}_1 dS + \int_{S/2} \mathbf{D}_2 dS = D_1 S / 2 + D_2 S / 2 = Q_1.$$

$$D_1 S / 2 + D_2 S / 2 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} E \cdot S / 2 + \epsilon_0 \epsilon_{r2} E \cdot S / 2 = \epsilon_0 S / 2 \cdot (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}) E = Q_1,$$

$$E = \frac{Q_1}{\epsilon_0 \cdot S / 2 \cdot (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})} = \frac{4 \cdot 10^{-9}}{(10^{-9} / 36\pi) \cdot (20 \cdot 10^{-4} / 2) \cdot (3 + 5)} = 56.55 [\text{KV/m}].$$



$$U = E \cdot d = 56.55 \cdot 10^3 [\text{V/m}] \cdot 1 \cdot 10^{-3} [\text{m}] = 56.55 [\text{V}]$$

$$C = Q_1 / U = \epsilon_0 \epsilon_{r1} (S/2) / d + \epsilon_0 \epsilon_{r2} (S/2) / d = 70.7 [\text{pF}]$$

$$W_C = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \cdot 70.7 \cdot 10^{-12} \cdot 56.55^2 = 113 [\text{nJ}].$$

Z2. Metodom potencijala čvorova dobijamo:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right) V_A = I_g + \frac{E}{R_1}$$

$$\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{90}\right) V_A = \frac{1}{3} + \frac{30}{30}, \quad \frac{4}{90} V_A = \frac{40}{30}, \quad V_A = \frac{4}{3} \cdot \frac{90}{4} = 30 [\text{V}].$$

$$\text{Struja } I_3 = \frac{V_A}{R_3} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3} [\text{A}], \text{ i KZ za čvor A: } -I_E - I_g + I_3 = 0$$

$$I_E = I_3 - I_g = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0 [\text{A}]$$

$$\text{Napon na } I_g \text{ je } U_g = V_A = 30 [\text{V}],$$

$$P_E = E \cdot I_E = 0 [\text{W}]$$

$$\text{b) } P_{I_g} = U_g I_g = 30 / 3 = 10 [\text{W}] \quad \text{c) } P_1 = I_E^2 R_1 = 0 [\text{W}].$$

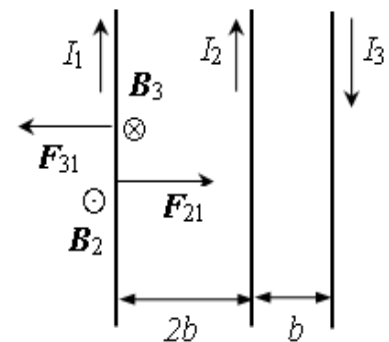
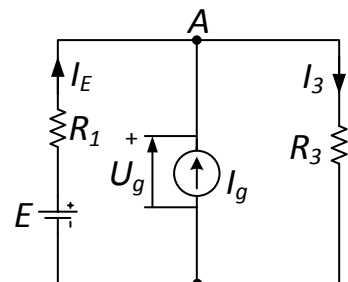
$$\mathbf{Z3.} \quad \vec{F}'_{31} = \frac{I_1 \vec{l}_1 \otimes \vec{B}_3}{l_1}, \quad \vec{F}'_{21} = \frac{I_1 \vec{l}_1 \otimes \vec{B}_2}{l_1} \text{ sa pravcem i smerom kao na}$$

slici. Intenziteti podužnih sila su $F'_{31} = I_1 B_3, F'_{21} = I_1 B_2,$

$$F'_{31} = I_1 B_3 = I_1 \mu_0 \frac{I_3}{2\pi \cdot 3b} = 1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{3}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-5} \left[\frac{\mu\text{N}}{\text{m}} \right]$$

$$F'_{21} = I_1 B_2 = I_1 \mu_0 \frac{I_2}{2\pi \cdot 2b} = 1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{1}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 1 \cdot 10^{-5} \left[\frac{\mu\text{N}}{\text{m}} \right].$$

$$\text{Kako su sile antiparalelne rezultantna podužna sila je } F'_1 = F'_{31} - F'_{21} = 1 \cdot 10^{-5} \left[\frac{\mu\text{N}}{\text{m}} \right].$$



$$\mathbf{Z4.} \quad e(t) = 100 \cdot \cos(400t) \text{ V} \Rightarrow \bar{E} = 100 / \sqrt{2} \angle 0^\circ \text{ V}.$$

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_R} = \frac{\bar{E}}{R}, \text{ onda je } I_R = |\bar{I}_R| = \frac{E}{R}. \quad \bar{I}_C = \bar{Y}_C \bar{E} = j\omega C \bar{E}, \text{ onda je } I_C = |\bar{I}_C| = |j\omega C \bar{E}| = \omega C E. \text{ Iz}$$

$$\text{uslova } I_C = I_R \text{ sledi } \omega C E = \frac{E}{R}, \text{ tj. } \boxed{C = \frac{1}{\omega R} = \frac{1}{400 \cdot 100} = 25 \cdot 10^{-6} = 25 [\mu\text{F}]}$$

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_R} = \frac{\bar{E}}{R} = \frac{100 / \sqrt{2}}{100} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ A} \Rightarrow i_R(t) = 1 \cdot \cos(400t) [\text{A}],$$

$$\bar{I}_C = \bar{Y}_C \bar{E} = j\omega C \bar{E} = e^{j\frac{\pi}{2}} \cdot 400 \cdot 25 \cdot 10^{-6} \cdot 100 / \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{2}} \text{ A} \Rightarrow i_C(t) = 1 \cdot \cos(400t + \pi / 2) [\text{A}],$$

$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_C = \frac{1}{\sqrt{2}} + j \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ A}$$

$$\bar{S} = \bar{E} \cdot \bar{I}^* = \frac{100}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - j \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 50 - j50 = P + jQ, \Rightarrow P = 50 \text{ W}, S = 50\sqrt{2} \text{ VA}, Q = -50 \text{ VAR}.$$